

ESTUDO E PROJEÇÃO DO CRESCIMENTO POPULACIONAL DO BRASIL ATRAVÉS DOS MODELOS MATEMÁTICOS DE THOMAS MALTHUS E PIERRE FRANÇOIS VERHULST: ANÁLISE E PROJEÇÃO DA POPULAÇÃO BRASILEIRA.¹

GRANERO, Marco Aurélio²
NORMANDIA, Gabriel Conceição³

RESUMO

Partindo de uma base de dados da população brasileira, em diferentes anos, fornecida pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, este trabalho avaliou os modelos matemáticos de crescimento populacional de Malthus e Verhulst. Essa base de dados fornece informações sobre a população brasileira do censo de 1900 até 2020. Para avaliar a eficácia de cada modelo, as populações de cada ano foram estimadas e comparadas com os valores fornecidos pelo IBGE. A fim de enriquecer a análise, os modelos também foram utilizados para estimar a população do Brasil nos anos de 2047 e 2060. Como principais resultados, pensando nas projeções do modelo de Malthus, observa-se que as diferenças entre os valores por ele obtidos e os fornecidos pelo instituto ficaram maiores do que 30% do valor fornecido pelo IBGE nos três últimos anos analisados e, nos períodos anteriores, verifica-se que as diferenças ficaram menores do que 9%. No modelo Verhulst, quando observa-se os anos a partir de 1980, as diferenças ficaram menores do que 8% dos valores do IBGE.

Palavras-chave: Thomas Malthus, Pierre François Verhulst, Crescimento Populacional, Modelagem Matemática.

INTRODUÇÃO

No mundo, diferentes situações exigem um estudo teórico e previsões, para esse fim, pode-se utilizar a modelagem matemática, que consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real, Bassanezi, (2002, p.16). Entretanto essa não é uma tarefa trivial, uma vez que os fenômenos estudados apresentam complexidades diversas em seu estudo, tornando sua representação matemática proporcionalmente difícil, por esse motivo, há a necessidade de se criar um modelo simplificado, em geral mais simples, mas que ainda represente o problema original. Nessa tarefa, as equações diferenciais possuem uma importância singular, pois são inúmeros os sistemas que podem ser representados por elas, Leighton (1970, p.2).

Com essas ideias em mente, o modelo exponencial de Malthus e o modelo logístico de Verhulst para o crescimento populacional apresentam-se como opções ao problema proposto: modelar o crescimento da população do Brasil com os dados do IBGE.

¹ Trabalho curricular como parte dos requisitos para a obtenção de aprovação na matéria de cálculo 3 do curso de engenharia mecânica no IFSP

² Professor Doutor; Instituto Federal de São Paulo (IFSP); São Paulo; SP; granero@ifsp.edu.br

³ Estudante de Engenharia Mecânica; Instituto Federal de São Paulo (IFSP); São Paulo; SP; gabriel.normandia@aluno.ifsp.edu.br

O modelo de Malthus foi o primeiro a ser criado. Segundo Gennari (2023), o objetivo das reflexões dele era como melhorar a sociedade e assim suas preocupações eram questões do crescimento populacional e o problema da superpopulação.

[..]o que se convencionou chamar de modelo de Malthus assume que o crescimento de uma população é proporcional à população em cada instante (progressão geométrica ou crescimento exponencial), e desta forma, a população humana deveria crescer sem nenhuma inibição. Assim, o modelo de Malthus propõe um crescimento de vida otimizada, sem fome, guerra, epidemia ou qualquer catástrofe, onde todos os indivíduos são idênticos, com o mesmo comportamento. (Bassanezi, 2002,p.327.).

Por outro lado, o Modelo de Verhulst supõe que uma população, vivendo num determinado meio, deverá crescer até um limite máximo sustentável, isto é, ela tende a se estabilizar, Bassanezi (2002, p. 333). Para formalizar isso matematicamente, o modelo logístico acrescenta um termo limitador do crescimento, propondo que a curva de crescimento da população apresenta uma assíntota horizontal.

OBJETIVOS

Objetiva-se neste estudo introduzir os modelos exponencial e logístico, aplicando-os a dados da população do Brasil fornecidos pelo IBGE e utilizá-los para prever a população brasileira em anos futuros.

METODOLOGIA

Para a criação do seu modelo, Malthus elaborou dois postulados: “Primeiro: que o alimento é necessário à existência do homem. Segundo: que a paixão entre os sexos é necessária e permanecerá aproximadamente em seu presente estado” (MALTHUS apud GENNARI, 2023, p.49). Tendo definido esses postulados, ele afirma: “a população, quando não obstaculizada, aumenta a uma razão geométrica. Os meios de subsistência aumentam apenas a uma razão aritmética.” (MALTHUS apud GENNARI, 2023, p.49.).

Segundo Bassanezi (2002) o modelo de Malthus pode ser definido através da equação diferencial (1):

$$\frac{dP}{dt} = rP_{(t)}, \quad (1)$$

cujas solução é dada por (2):

$$P_{(t)} = e^{r \cdot t} \cdot P_{(0)} \quad (2)$$

onde $P_{(0)}$ é a população inicial e r é uma constante que representa a taxa de crescimento ou decrescimento da população.

O modelo de Verhulst, também chamado de modelo logístico, é, essencialmente, o modelo de Malthus modificado, considerando a taxa de crescimento como sendo proporcional à população em cada instante, Bassanezi (2002, p.334). Ele propõe um fator limitador na taxa de crescimento populacional, portanto segundo Bassanezi (2002), é possível definir matematicamente o modelo logístico contínuo através da equação diferencial (3):

$$\frac{dP}{dt} = rP \left(1 - \frac{P}{K} \right) \quad (3)$$

cujas solução é dada por (4):

$$P_{(t)} = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{P_{(0)}} - 1 \right) e^{-r.t}} \quad (4)$$

onde K é a capacidade suporte do meio, ou seja, o máximo de indivíduos que o meio suporta e r é a mesma taxa do modelo de Malthus.

Uma vez conhecidos os modelos teóricos a serem estudados e de posse dos dados a serem modelados, são determinados os parâmetros r e K dos modelos de Malthus e Verhulst através do processo de linearização deles. Este processo é descrito em detalhes por Boeno (2018).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Utilizando os dados fornecidos pelo IBGE, contidos na Tabela 1, e seguindo o processo de linearização descrito por Boeno (2018), os modelos de Malthus e Verhulst foram ajustados e encontram-se descritos pelas equações (5) e (6).

$$P_{(t)} = 17894429,12 \times e^{0,0228.t} \quad (5)$$

$$P_{(t)} = \frac{233,2 \times 10^6}{1 + \left(\frac{233,2 \times 10^6}{17438434,0} - 1 \right) e^{0,0351.t}} \quad (6)$$

Através das equações (5) e (6), foram determinadas as populações ajustadas pelos modelos, cujos resultados encontram-se na Tabela 1, juntamente com a diferença absoluta entre as populações e o erro percentual.

Tabela 1: Valores para comparação dos modelos exponencial e logístico e dados do IBGE							
Ano	Dados do IBGE	Modelo exponencial	Diferença	% de erro	Modelo logístico	Diferença	% de erro
1900	17.438.434	17.894.429	-455.995	2,61%	17.438.434	0	0,00%
1920	30.635.605	28.232.941	2.402.663	7,84%	31.210.767	575.162	1,88%
1940	41.236.315	44.544.533	-3.308.218	8,02%	53.636.728	12.400.413	30,07%
1950	51.944.397	55.951.734	-4.007.337	7,71%	68.781.513	16.837.116	32,41%
1960	70.191.370	70.280.153	-88.783	0,13%	86.566.064	16.374.694	23,33%
1970	93.139.037	88.277.869	4.861.168	5,22%	106.625.948	13.486.911	14,48%
1980	119.002.706	110.884.535	8.118.170	6,82%	128.249.724	9.247.018	7,77%
1991	146.825.475	142.492.510	4.332.964	2,95%	152.659.098	5.833.623	3,97%
1996	157.070.163	159.698.784	-2.628.621	1,67%	163.588.361	6.518.198	4,15%
2000	169.779.170	174.948.114	-5.168.944	3,04%	172.129.200	2.350.030	1,38%
2020	211.800.000	276.024.448	-64.224.448	30,32%	210.203.684	-1.596.315	-0,75%
2047	233.200.000	510.856.864	-277.656.864	-119,06%	217.727.827	-15.472.172	-6,63%
2060	228.300.000	687.106.596	-458.806.596	-200,97%	223.152.222	-5.147.777	-2,25%
Fonte: Os autores e https://brasil500anos.ibge.gov.br/estatisticas-do-povoamento/evolucao-da-populacao-brasileira.html							

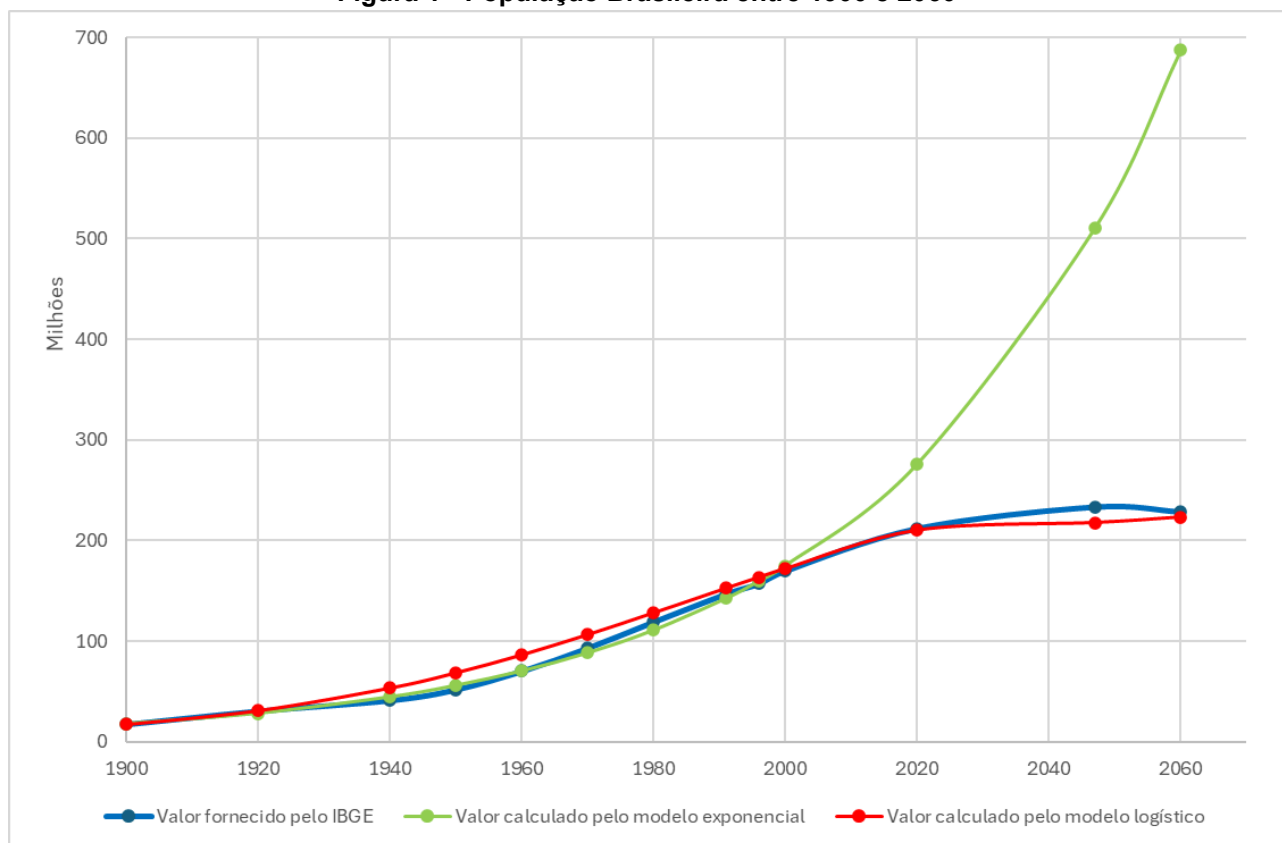
A Figura 1 apresenta os modelos ajustados e os dados obtidos e estimados pelo IBGE para a população brasileira no período entre 1900 e 2060. Nela é possível observar que o modelo de Malthus (ou exponencial) apresenta valores mais próximos aos dados do IBGE entre os anos de 1900 até 2000, após este período o modelo de Verhulst (ou logístico) apresenta melhores resultados.

Observando os dados fornecidos pelo IBGE observa-se que no ano de 2000 houve uma diminuição na taxa de crescimento da população. Esta diminuição na taxa de crescimento é conhecida, matematicamente, como ponto de inflexão, ponto no qual uma função muda sua concavidade. Com isto, evidencia-se que o modelo exponencial é mais adequado à modelagem em períodos que antecedem pontos de inflexão e, modelos logísticos adequam-se melhor a períodos após pontos de inflexão.

Utilizando o modelo de Malthus para avaliar a projeção para a população no ano de 2020 observa-se uma estimativa 30% maior do que o medido pelo IBGE. Considerando as projeções do IBGE e do modelo exponencial nos anos de 2047 e 2060, verificam-se valores ainda mais discrepantes de modo que a projeção do modelo exponencial ficou muito maior do que a proposta pelo IBGE.

Tomando como referência a projeção da população para o ano de 2020 segundo o modelo de Verhulst, observa-se uma diferença em torno de 6% em relação aos dados fornecidos pelo IBGE. Avaliando esta projeção para os anos de 2047 e 2060, nota-se uma diferença de 6,63% e 2,25% entre o modelo e a previsão do IBGE, respectivamente.

Figura 1 - População Brasileira entre 1900 e 2060



Fonte: Autores (Valores obtidos na Tabela 1)

CONCLUSÃO

Os resultados apresentados evidenciaram que o modelo exponencial pode ser utilizado para descrever a população quando esta não está próxima da capacidade suportada pelo meio, em geral em intervalos anteriores ao ponto de inflexão da grandeza EICPOG - 2025

estudada, pois questões relacionadas do meio ainda não possuem grande impacto no crescimento populacional, entretanto o modelo logístico mostrou-se mais eficiente para projeções a longo prazo e/ou quando a população encontra-se próximo ao máximo suportado pelo ambiente, pois, nesses casos, há um maior impacto de questões do ambiente.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, Rodney. **Ensino - aprendizagem com Modelagem matemática**. Campinas: Editora Contexto, 2002. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Rodney-Bassanezi/publication/256007243_Ensino_-_aprendizagem_com_Modelagem_matematica/links/0046352163725accb1000000/Ensino-aprendizagem-com-Modelagem-matematica.pdf?_tp=eyJjb250ZXh0Ijp7ImZpcnN0UGFnZSI6InB1YmxpY2F0aW9uIiwicGFnZSI6InB1YmxpY2F0aW9uIn19. Acessado em 14 ago. 2025.

BOENO, Michele Cristiane Fagundes. **Modelagem matemática e a arte da fabricação de pães artesanais**. São Paulo. 2018. 60 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de São Paulo, São Paulo, 2023. disponível em: https://eadcampus.spo.ifsp.edu.br/pluginfile.php/168416/mod_resource/content/0/Michele%20Cristiane%20Fagundes%20Boeno.pdf. Acessado em 04 ago. 2025.

GENNARI, Adilson. **Duas teorias da população no pensamento clássico: Karl Marx e Thomas Malthus**. Revista Fim do Mundo, nº 10, p. 47-49, jul/dez 2023. Disponível em: <https://revistas.marilia.unesp.br/index.php/RFM/article/view/15104/15742>. Acessado em 14 ago. 2025.

LEIGHTON, Walter. **Equações diferenciais ordinárias**. Rio de Janeiro: livros técnicos e científicos Ltda, 1970.