

## DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE DESCARGA (Cd) PARA VERTEDORES RETANGULAR E TRIANGULAR NO IFSP – CAMPUS SÃO PAULO<sup>1</sup>

Thaissa Yukie Omori<sup>2</sup>  
Roberto José Santos<sup>3</sup>  
Armando Traini Ferreira<sup>4</sup>

### RESUMO

Este estudo teve como objetivo determinar os coeficientes de descarga (Cd) de vertedores retangular e triangular, por meio de ensaios realizados no canal hidráulico didático do Instituto Federal de São Paulo – Campus São Paulo. Os vertedores, definidos como estruturas hidráulicas formadas por uma parede com abertura de geometria específica, disposta perpendicularmente ao escoamento. Foram analisados com base nas formulações clássicas de Francis e Thomson, desconsiderando-se os efeitos de viscosidade, tensão superficial, rugosidade da parede e regime de escoamento a montante, razão pela qual se emprega o coeficiente de descarga para compensar essas aproximações e garantir maior representatividade do escoamento real. Para o tratamento dos dados experimentais, aplicou-se o Método dos Mínimos Quadrados, permitindo a estimativa dos valores de Cd. Os resultados obtidos fornecem parâmetros de referência para o cálculo de vazões e da altura da lâmina d'água, contribuindo para futuras aplicações acadêmicas e experimentais.

**Palavras-chave:** vertedor, canal hidráulico didático, coeficiente de descarga (Cd), dados experimentais.

### INTRODUÇÃO

Os vertedores são estruturas hidráulicas constituídas por uma parede com abertura de geometria definida, posicionada perpendicularmente ao escoamento, de modo a elevar o nível da água a montante até formar uma lâmina sobre a soleira, sem provocar submersão. Essas estruturas são amplamente utilizadas para a medição e o controle de vazão em canais hidráulicos, como em barragens, sistemas de irrigação, estações de tratamento e em córregos naturais (Porto, 2006). Os principais parâmetros que influenciam o comportamento hidráulico de um vertedor, incluem a carga sobre a soleira, espessura, altura, comprimento e a relação entre a lâmina vertente e o nível d'água a jusante, os quais determinam os coeficientes de vazão e de descarga (Raimundo, 2007).

---

<sup>1</sup> Projeto de pesquisa PIVICT

<sup>2</sup> Graduando em Engenharia Civil; IFSP; São Paulo; São Paulo; thaissa.omori@aluno.ifsp.edu.br

<sup>3</sup> Mestre; IFSP; São Paulo; São Paulo; robertomczcrb@gmail.com

<sup>4</sup> Doutor; IFSP; São Paulo; São Paulo; traini@ifsp.edu.br

Nos vertedores de parede delgada, cuja espessura é pequena em comparação ao comprimento, obtêm-se medições de vazão com elevada precisão, destacando-se o vertedor triangular, recomendado para vazões inferiores a  $0,03 \text{ m}^3/\text{s}$ . Já os vertedores de parede espessa atuam como uma elevação do fundo do canal, promovendo o paralelismo dos filetes de escoamento (Porto, 2006).

O coeficiente de descarga ( $C_d$ ) é introduzido nas formulações clássicas de Francis (1905) e Thomson para corrigir as diferenças entre o modelo teórico e o escoamento real, uma vez que esses modelos desconsideram os efeitos de viscosidade, tensão superficial, rugosidade da parede e regime de escoamento a montante. Segundo Azevedo Netto (2015), o valor teórico de  $C_d$  é próximo de 0,62, mas pode variar em função de fatores como a geometria do vertedor, a altura da soleira e o nível d'água.

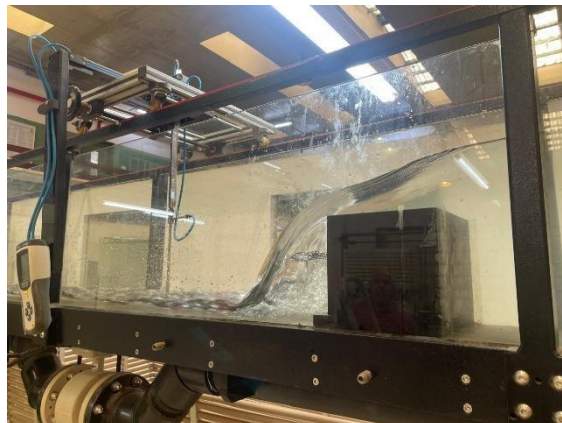
## OBJETIVOS

O objetivo deste estudo é determinar os coeficientes de descarga ( $C_d$ ) de vertedores retangular e triangular, a partir de ensaios realizados com diferentes vazões e alturas da lâmina d'água. A vazão será calculada com base nas formulações derivadas de Francis e Thomson, e em seguida, os valores de  $C_d$  serão estimados por meio do Método dos Mínimos Quadrados. Por fim, os resultados serão comparados com os valores existentes na literatura.

## METODOLOGIA

Os ensaios experimentais foram realizados no canal hidráulico didático do laboratório de hidráulica do Instituto Federal de São Paulo (IFSP) – Campus São Paulo, utilizando vertedores de parede espessa (retangular) e triangular com ângulo de  $90^\circ$  (Figura 1). As simulações foram conduzidas sob duas condições de declividade (0% e 1,2%), correspondentes a ângulos de  $0^\circ$  e aproximadamente  $0,687^\circ$ , respectivamente, sendo este último valor determinado por meio de relações trigonométricas.

Figura 1 – Canal hidráulico didático no laboratório de hidráulica.



Fonte: Os autores

O equipamento permite operar em três diferentes vazões (mínima, média e máxima). Para o vertedor retangular, foram avaliadas as três vazões disponíveis, enquanto para o triangular foram utilizadas apenas as vazões mínima e média. A altura da lâmina d'água ( $h$ ) foi medida para cada condição de operação, com o auxílio de uma trena.

A determinação da vazão teórica foi realizada com base nas equações de Francis (Eq. 1) para o vertedor retangular de parede espessa e de Thomson (Eq. 2) para o vertedor triangular.

$$Q = 1,705 * L * h^{\frac{3}{2}} \quad (\text{Eq. 1})$$

$$Q = 1,4 * tg\left(\frac{\theta}{2}\right) * h^{\frac{5}{2}} \quad (\text{Eq. 2})$$

Sendo:

Q – Vazão (m<sup>3</sup>/s)

L – Comprimento da base (m)

h - Altura da lâmina d'água (m)

θ – Ângulo de 90°

Após a coleta de dados, a análise foi conduzida no software Microsoft Excel, empregando-se o Método dos Mínimos Quadrados para o cálculo do coeficiente de descarga (Cd). Esse método consiste em ajustar uma equação aos dados experimentais, permitindo determinar os valores de Cd e do expoente n que melhor representam a relação entre a altura da lâmina d'água (h) e a vazão (Q).

Para isso, aplicou-se a transformação logarítmica às equações correspondentes, obtendo-se os parâmetros de interesse.

$$Q = Cd * k * H^n$$

$$\ln(Q) = \ln(Cd * k) + n * \ln(H)$$

$$Y = A + n * X$$

$$A = \bar{Y} - n * \bar{X}$$

Sendo:

k – constante que varia conforme a geometria do vertedor (para retangular  $k = \frac{2}{3} * L * \sqrt{2g}$  e triangular  $k = \frac{8}{15} * \sqrt{2g} * \tan \theta$ );

n – expoente teórico ( $n = \frac{2-Y_1}{X-X_1}$ , geralmente 1,5 para vertedores retangulares e 2,5 para triangulares)

A – ln (Cd\*k)

$\bar{Y}$  – Ponto médio em Y ( $\bar{Y} = \frac{Y_1+Y_2}{2} = \bar{y}$ )

$\bar{X}$  – Ponto médio em X ( $\bar{X} = \frac{X_1+X_2}{2} = \bar{x}$ )

Com A e n determinados, o coeficiente de descarga Cd pode ser calculado por:

$$A = \ln \ln (Cd * k)$$

$$e^A = Cd * k \rightarrow Cd = \frac{e^A}{k}$$

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

O coeficiente de descarga ( $C_d$ ) obtido para o vertedor de parede espessa foi de 0,577 (Tabela 1). As medições foram realizadas em condições de escoamento livre, regime permanente e sem submergência. Destaca-se ainda que a espessura da soleira, de aproximadamente 20 cm, tende a reduzir os efeitos de contração lateral, resultando em valores mais estáveis. Observou-se que o  $C_d$  permaneceu constante para as três vazões avaliadas (mínima, média e máxima), indicando que, nesse caso, o coeficiente é independente da altura da lâmina d'água.

Tabela 1 – Resultados do vertedor retangular de parede espessa para 6 amostras.

VERTEDOR RETANGULAR DE PAREDE ESPESSA							
n = 1,5							
k = 0,915							
Altura da lâmina d'água (m)	Vazão (m <sup>3</sup> /s)	X (ln H)	Y (ln Q)	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	A	$C_d$
0,060	0,00777	-2,81341	-4,85773	-2,78114	-4,80933	-0,63762	0,577
0,064	0,00856	-2,74887	-4,76093				
0,087	0,01356	-2,44185	-4,30039	-2,43048	-4,28334	-0,62762	0,577
0,089	0,01403	-2,41912	-4,26630				
0,095	0,01548	-2,35388	-4,16844	-2,32823	-4,12996	-0,63762	0,577
0,100	0,01671	-2,30259	-4,09150				

Fonte: Os autores

Segundo Francis, a contração lateral em um vertedor retangular, com o bordo vertical afastado da parede do canal mais de  $4h$  e largura  $L > 3h$ , é igual a um décimo da carga  $h$ . Para uma contração lateral dupla, a largura efetivamente ocupada pelo escoamento deve ser a largura geométrica da soleira diminuída em  $2h/10$ . (PORTO, 2006, p. 388).

Estudos empíricos indicam que, para vertedores retangulares sem contração, o coeficiente de descarga se aproxima de 0,62 (Azevedo Netto, 2015). O valor experimental encontrado apresentou erro relativo de 6,94% em relação ao valor de referência. Esse desvio pode estar associado às contrações laterais provocadas pela presença de bordas junto ao vertedor, que reduzem a largura efetiva de escoamento. Dessa forma, ao considerar um valor de largura ( $b$ ) superior ao efetivo, obtém-se um  $C_d$  maior. Além disso, fatores como imprecisão nas medições, falta de estabilização completa do escoamento, condições de aeração e acabamento da crista podem ter contribuído marginalmente para a diferença observada. Segundo Tracy (1957), simulações em canais em escala reduzida tendem a fornecer valores de  $C_d$  inferiores.

Para o vertedor triangular, os ensaios foram realizados apenas nas vazões mínima e média, visto que, na vazão máxima do equipamento, a água verte sobre ele, configurando um comportamento de vertedor misto (triangular e retangular), razão pela qual esses resultados não foram considerados.

Tabela 2 – Resultados do vertedor triangular para 4 amostras.

VERTEDOR TRIANGULAR							
n = 2,5							
k = 2,362							
Altura da lâmina d'água (m)	Vazão (m <sup>3</sup> /s)	X (ln H)	Y (ln Q)	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	A	Cd
0,100	0,004427	-2,30259	-5,41999	-2,28297	-5,37096	0,336472	0,593
0,104	0,004883	-2,26336	-5,32194				
0,127	0,008047	-2,06357	-4,82245	-2,05647	-4,81264	0,336472	0,593
0,128	0,008206	-2,05573	-4,80284				

Fonte: Os autores

O coeficiente de descarga obtido para o vertedor triangular foi de 0,593 (Tabela 2), também em regime permanente, escoamento livre e sem submersão. O valor de referência estabelecido pelo Instituto Mexicano de Tecnologia da Água é de 0,590, resultando em erro de apenas 0,47%. Esse pequeno desvio evidencia a elevada precisão dos resultados experimentais para o vertedor triangular.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS/CONCLUSÃO

Os coeficientes de descarga determinados neste estudo mostraram-se consistentes com os valores de referência da literatura, apresentando erros relativos baixos. Esses resultados evidenciam a confiabilidade dos ensaios realizados e a adequação dos métodos de cálculo empregados.

O trabalho contribui para o uso acadêmico do laboratório de hidráulica do IFSP, fornecendo valores de Cd para os vertedores retangular de parede espessa e triangular (90°). A disponibilização desses parâmetros reduz incertezas em futuros experimentos e pode subsidiar o cálculo da vazão e da altura da lâmina d'água em condições semelhantes às avaliadas.

## REFERÊNCIAS

- AZEVEDO NETTO, José M. de. **Manual de hidráulica**. 7. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1993.
- BODHAINE, George L. **Discharge characteristics of broad-crested weirs**. Washington: United States Geological Survey, 1957. Disponível em: <<https://pubs.usgs.gov/circ/1957/0397/report.pdf>>. Acesso em: 28 jul. 2025.
- MATTOS VILLARROEL, Erick D.; FLORES VELÁZQUEZ, Jorge; OJEDA BUSTAMANTE, Waldo; IÑIGUEZ COVARRUBIAS, Mauro; DÍAZ DELGADO, Carlos; SALINAS TAPIA, Humberto. **Análisis hidráulico de un vertedor compuesto (triangular-rectangular) mediante dinámica de fluidos computacional (CFD)**. Jiutepec: Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, 2016. Disponível em: <[http://repositorio.imta.mx/bitstream/handle/20.500.12013/2260/TCA\\_055.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://repositorio.imta.mx/bitstream/handle/20.500.12013/2260/TCA_055.pdf?sequence=1&isAllowed=y)>. Acesso em: 01 ago. 2025.
- PORTO, Rodrigo de Melo. **Hidráulica básica**. São Paulo: Edgard Blücher, 2006.
- RAIMUNDO, Ana Paula. **Estruturas hidráulicas utilizadas em reservatórios de controle de cheias**. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2008. Disponível em: <[https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3147/tde-14012008-113931/publico/Dissertacao\\_revisao\\_5206291.pdf](https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3147/tde-14012008-113931/publico/Dissertacao_revisao_5206291.pdf)>. Acesso em: 14 jul. 2025.